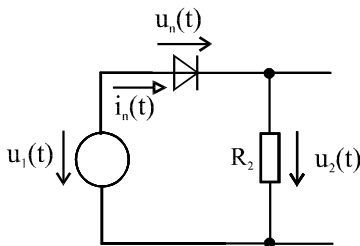


## 4. NELINEÁRNÍ NESETRVAČNÉ OBVODY

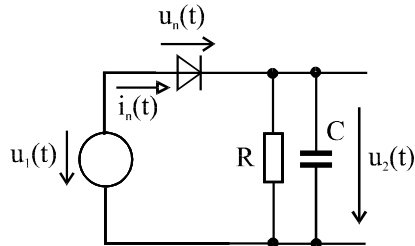
### 4.1. Úvod

V předchozích kapitolách jsme ukázali, že k řešení lineárních obvodů lze použít celé řady metod. Při správné aplikaci vedou všechny uvedené metody k jednoznačnému výsledku. Z hlediska výsledku tedy není rozhodující, kterou metodu v daném konkrétním případě použijeme. Volbou metody však můžeme ovlivnit obtížnost výpočtů (jednotlivé metody vyžadují řešení rozdílného počtu rovnic obvodu).

V případě, že je v obvodu také (třeba jen jediný) nelineární prvek, situace se značně komplikuje. Obvod jako celek musíme považovat za nelineární a podle toho volit postup jeho řešení. Velmi při tom záleží na tom, které části obvodu mají nelineární vlastnosti, které rysy chování obvodu chceme sledovat a jaké signály v obvodu působí.



Obr.4.1a



Obr.4.1b

Nelineární elektrické obvody dělíme na **nesetrvačné** a **setrvačné**. **Nesetrvačné nelineární obvody** obsahují pouze nesetrvačné lineární a nelineární prvky. Jsou popsány nelineárními algebraickými (tj. nediferenciálními) rovnicemi. Příklad takového obvodu (nelineární dělič napětí, jaký se používá například ke tvarování impulsů) je na obr. 4.1a. Nelineárním prvkem je zde dioda.

**Setrvačný obvod** obsahuje alespoň jeden akumulací prvek (kondenzátor, cívka). Přítomnost akumulacích prvků způsobí, že některé rovnice (případně všechny rovnice) obvodu jsou diferenciální, obsahují derivace obvodových veličin. Přidáme-li k obvodu na obr.4.1a kondenzátor, získáme obvod na obr.4.1b. Funkce obvodu se podstatně změní, obvod může nyní pracovat například jako usměrňovač.

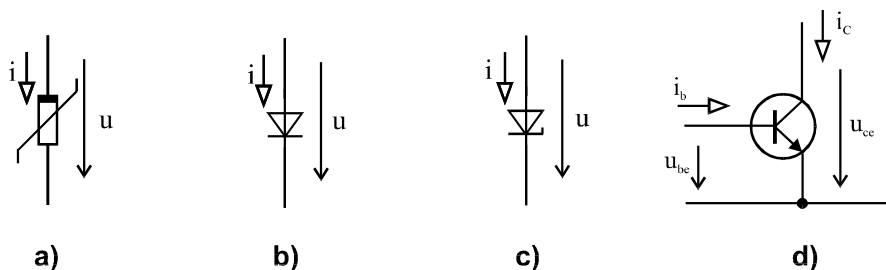
Protože v lineárním obvodu platí přímá úměrnost mezi příčinou a následkem (podle Ohmova zákona je proud úměrný napětí a naopak), lze analýzu obvodu založit na principu superpozice. To významnou měrou zjednoduší celé řešení. Skutečnost, že v **nelineárním obvodu superpozice neplatí** (viz 1. kapitolu, odstavec 1.4.4), je příčinou naprosté většiny obtíží, se kterými se při řešení setkáváme. Neplatí v nich Ohmův zákon, nemůžeme použít metodu úměrných veličin ani metodu smyčkových proudů nebo uzlových napětí. Jediné, na co se můžeme spolehnout, jsou oba Kirchhoffovy zákony.

### 4.2. Charakteristiky a parametry nelineárních prvků

Nelineární obvodové prvky jsou charakterizovány nelineárními závislostmi mezi veličinami, popisujícími jejich dominantní vlastnosti. U nelineárních rezistorů je to vztah mezi napětím a proudem, u kondenzátorů vztah mezi napětím a elektrickým nábojem, u cívek vztah mezi proudem a magnetickým spřaženým tokem. Tyto závislosti jsou obvykle získány experimentálně (měřením) a jsou k dispozici ve formě tabulky nebo grafu.

#### 4.2.1. Nelineární rezistory

Schématická značka nelineárního rezistoru je na obr.4.2a. Protože obecně záleží na polaritě napětí, je důležitost **orientace prvku** zvýrazněna zesíleným ohraničením značky na jednom z konců. Pro celou řadu speciálních a často používaných nelineárních

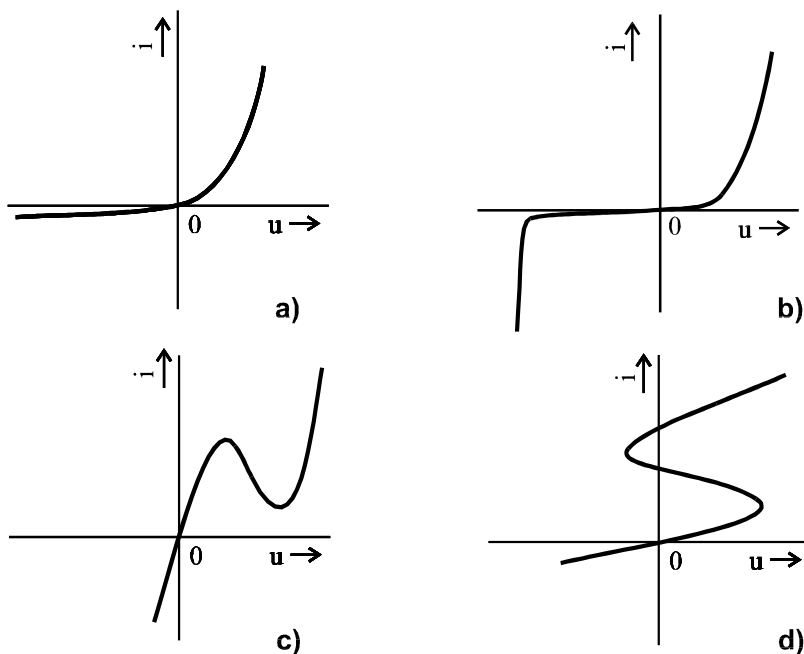


Obr.4.2

rezistorů se používá zvláštních schématických značek (např. dioda na obr.4.2.b, zenerova dioda obr.4.2c, bipolární tranzistor NPN na obr.4.2d).

Závislost  $i=f(u)$  proudu na napětí se nazývá **ampérvoltová charakteristika** prvku.

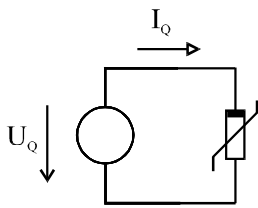
Nejčastěji se setkáváme s monotónní, neklesající závislostí, jaká je uvedena například na



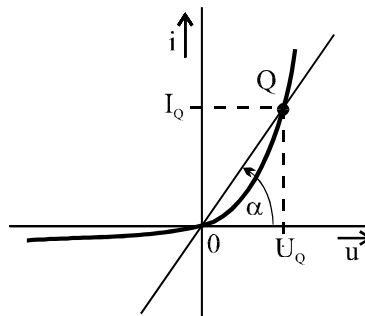
Obr.4.3

obr.4.3a nebo obr.4.3b.

Ampérvoltová charakteristika však může mít i průběh s klesajícím úsekem. Hovoříme pak o prvku s **negativním (záporným) dynamickým odporem**. Charakteristika na obr.4.3.c připomíná svým tvarem písmeno *N*, proto ji nazýváme **charakteristikou typu N**. Proud *i* je jednoznačnou funkcí napětí *u*. Proto někdy hovoříme o prvku s negativním odporem řízeným napětím. Charakteristiku na obr.4.3d nazýváme **charakteristikou typu S**. Napětí na prvku je jednoznačnou funkcí proudu. Určité hodnotě napětí ale mohou odpovídat až tři různé hodnoty proudu. Jak uvidíme dále, prvky s negativním odporem vnášejí do obvodu řadu nových a významných vlastností. Mohou být například základem pro realizaci paměťových obvodů, generátorů periodických harmonických nebo neharmonických průběhů, zesilovačů napětí nebo proudu a dalších zařízení.



Obr.4.4a



Obr.4.4b

Uvažujme nyní situaci na obr.4.4a, kdy je na nelineární rezistor přivedeno konstantní ("stejnoseměrné") napětí  $u = U_Q$ . Proud prvkem  $i = I_Q$  je také konstantní. Odečteme jej z charakteristiky, jak je vidět na obr.4.4b. Z hlediska tohoto zdroje je situace stejná, jako kdyby byl zatížen lineárním rezistorem s vodivostí

$$G_s = \frac{I_Q}{U_Q} \text{ resp. odporem } R_s = \frac{U_Q}{I_Q} = \frac{1}{G_s}. \quad (4 - 1)$$

Veličiny  $G_s$  a  $R_s$  jsou tzv. **statické parametry**, statická vodivost a statický odpor. Určují např. výkon, dodávaný zdrojem do nelineárního rezistoru

$$P_Q = U_Q^2 G_s = I_Q^2 R_s. \quad (4 - 2)$$

Pokud charakteristika prvku probíhá pouze v 1. a 3. kvadrantu roviny *u, i*, je tento výkon vždy kladný.

Je zřejmé, že statické parametry jsou obecně funkcí polohy pracovního bodu *Q* na charakteristice. Pro tangentu úhlu *a*, který svírá spojnice bodu *Q* s počátkem souřadnic (sečna křivky) a který závisí na poloze pracovního bodu, platí

$$\operatorname{tg} a = \frac{m_i I_Q}{m_u U_Q} = \frac{m_i}{m_u} G_s, \quad (4 - 3)$$

kde

$m_u$  je měřítko na vodorovné ose grafu [*mm/V*],

$m_i$  je měřítko na svislé ose grafu [*mm/A*].

Uvažujme dále situaci na obr.4.5a. Napětí na nelineárním rezistoru je součtem konstantního napětí  $U_Q$ , určujícího polohu pracovního bodu na charakteristice, a malého časově proměnného napětí  $\Delta u(t)$ . Variace  $\Delta u(t)$  je tak malá, že odpovídající změna proudu  $\Delta i(t)$  je přímo úměrná změně napětí. Konstanta úměrnosti je přitom rovna derivaci  $di / du$  v pracovním bodě  $Q$

$$\Delta i(t) = \left. \frac{di}{du} \right|_{u=U_Q} \Delta u(t) = G_d \Delta u(t) = \frac{1}{R_d} \Delta u(t). \quad (4-4), (4-5)$$

Veličina

$$G_d = \left. \frac{di}{du} \right|_Q \quad (4-6)$$

je tzv. **dynamická vodivost**,

$$R_d = \frac{1}{G_d} \quad (4-7)$$

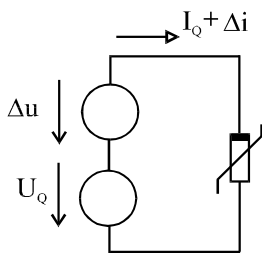
je **dynamický odpor** prvku v daném pracovním bodě. Z hlediska zdroje malého proměnného signálu  $\Delta u(t)$  se prvek chová v blízkém okolí pracovního bodu  $Q$  jako lineární s vodivostí rovnou  $G_d$ .

Dynamická vodivost je přímo úměrná tangente úhlu  $\beta$ , který svírá tečna k charakteristice v pracovním bodě s vodorovnou osou v (obr.4.5b). Je proto obecně funkcí polohy pracovního bodu.

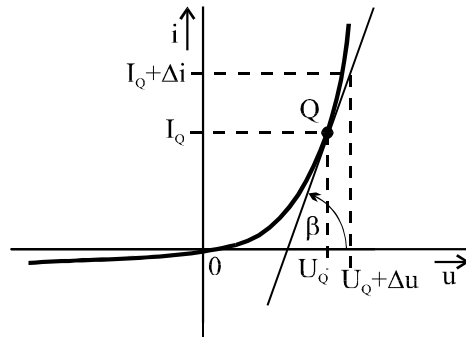
Výkon dodávaný do obvodu zdrojem konstantního napětí, je dán vzorcem (4-2) jako v předcházejícím případě a závisí na statické vodivosti  $G_s$ . Zdroj proměnného signálu dodává do obvodu výkon

$$P_{\Delta}(t) = G_d \Delta u^2(t) = R_d \Delta i^2(t). \quad (4-8)$$

Ten závisí na dynamických parametrech prvku. Zvláštní situace nastane, má-li nelineární rezistor charakteristiku typu  $N$  (obr.4.5c) nebo  $S$  (obr.4.5d). V bodech  $A$  a  $B$  na obr.4.5c



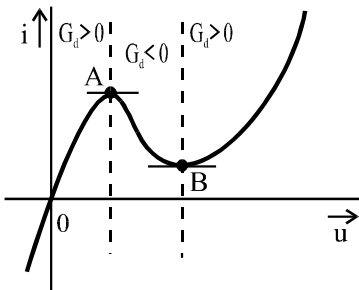
Obr.4.5a



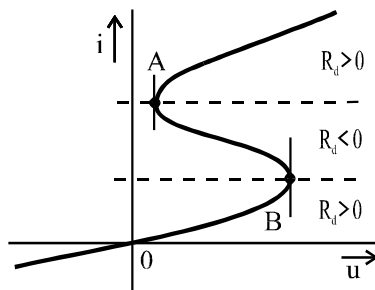
Obr.4.5b

je dynamická vodivost rovna nule. Tyto body rozdělují charakteristiku na tři oblasti: Pro napětí  $u < u_A$  nebo  $u > u_B$ , je dynamická vodivost vždy kladná. Mezi body  $A$  a  $B$  je však dynamická vodivost záporná. Ze vztahu (4-8) vyplývá, že v tomto případě je výkon

dodávaný zdrojem signálu  $\Delta u(t)$  záporný. Negativní dynamická vodivost (negativní dynamický odpor) se tedy chová jako zdroj energie. Ve skutečnosti ovšem je tato energie odebírána ze zdroje napětí  $U_Q$  a nelineární rezistor pouze zprostředkuje její přenos. Má-

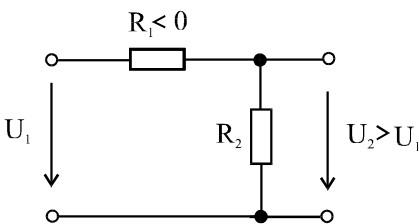


Obr.4.5c

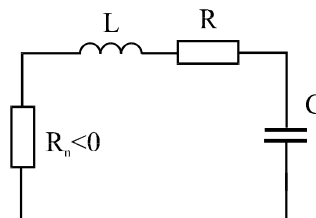


Obr.4.5d

li prvek charakteristiku typu S, jak ukazuje obr.4.5d, je situace analogická. Mezi body C a D, ve kterých je dynamický odpor roven nule, leží oblast záporného dynamického odporu.



Obr.4.6a



Obr.4.6b

Mezi nejjednodušší aplikace negativního odporu patří například odporový dělič napětí, jaký je nakreslen na obr.4.6a. Jeho napěťový přenos je roven

$$K_u = \frac{R_2}{R_2 + R_1} = \frac{R_2}{R_2 - |R_1|} \quad (4 - 9)$$

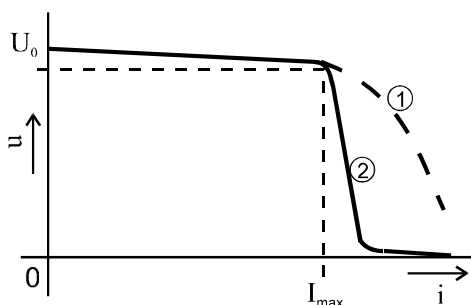
a může být větší než jedna.

Schéma na obr.4.6b ukazuje příklad, kdy negativní dynamický odpor může částečně kompenzovat ztrátový odpor v rezonančním okruhu a zvýšit tak činitel jakosti  $Q$  z původní hodnoty  $w_0 L / R$  na  $w_0 L / (R - |R_n|)$ .

#### 4.2.2. Nelineární nezávislé zdroje

V předcházejících kapitolách jsme uvažovali model skutečného zdroje elektrické energie jako sériové spojení ideálního zdroje napětí  $U_0$  a lineárního rezistoru  $R_i$  nebo jako ekvivalentní paralelní spojení ideálního zdroje proudu  $I_k$  a téhož lineárního rezistoru. Zatěžovací charakteristika (závislost výstupního napětí na odebíraném proudu) takového zdroje je přímka, která osu napětí protíná v bodě  $u = U_0$  (napětí naprázdno) a osu

proudu v bodě  $i = I_k = U_0 / R_i$  (proud nakrátko). V praxi se však setkáváme se zdroji, jejichž zatěžovací charakteristiky jsou lineární pouze v omezeném rozsahu. Výstupní



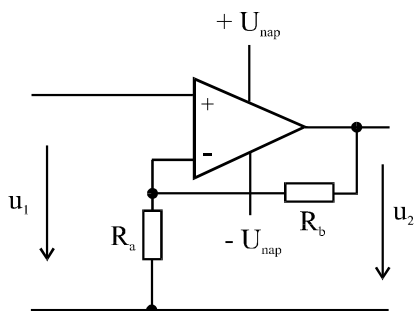
Obr.4.7

napětí je prakticky konstantní jen při malých proudech. Po překročení nominálních hodnot proudu však dochází vlivem vnitřních nelinearit většinou k rychlému poklesu výstupního napětí zdroje – křivka 1 na obr. 4.7. Často bývá také ve zdrojích vestavěný omezovač proudu (proudová ochrana). Ta způsobí, že výstupní napětí zdroje prudce poklesne na nulu, jakmile proud přesáhne určitou hodnotu, jak ukazuje obr.4.7 – křivka 2.

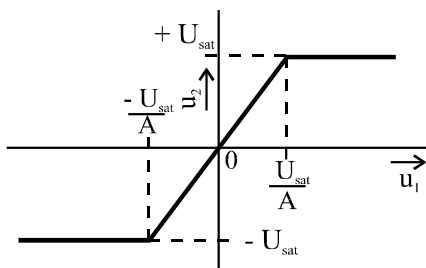
### 4.2.3 Nelineární řízené zdroje

Čtyři typy řízených zdrojů, které jsme v kapitole 2 definovali mezi základními lineárními obvodovými prvky, byly charakterizovány konstantními přenosovými parametry  $A$ ,  $B$ ,  $S$ ,  $W$ . To odpovídá situaci, kdy výstupní veličina zdroje (napětí, proud) je přímo úměrná veličině řídící. Převodní charakteristika zdrojů (závislost výstupní veličiny na vstupní veličině) je přímka procházející počátkem.

Skutečné řízené zdroje však mají **nelineární převodní charakteristiky**. Typickým příkladem zdroje proudu řízeného napětím je **bipolární tranzistor**, jehož kolektorový proud  $i_c$  je funkcí napětí  $u_{be}$  mezi bázi a emitorem a téměř nezávisí na kolektorovém napětí  $u_{ce}$ . Závislost  $i_c = f(u_{be})$  je přibližně exponenciální. Analogická charakteristika **tranzistoru řízeného polem** (JFET, MOSFET) má přibližně tvar rostoucí větve kvadratické paraboly. Jiný příklad nelineárního řízeného zdroje je nakreslen na obr.4.8a.



Obr.4.8a



Obr.4.8b

V obvodu je použit **operační zesilovač** se zpětnou vazbou rezistorovým děličem napětí. S ideálním operačním zesilovačem je výstupní napětí úměrné napětí na vstupu

$$u_2 = \left(1 + \frac{R_a}{R_b}\right) u_1 = Au_1 \text{ a odpovídající převodní charakteristika } u_2 = f(u_1) \text{ je přímka,}$$

procházející počátkem se sklonem rovným zesílení  $A$ . Výstupní napětí skutečného operačního zesilovače je omezeno v oblasti kladných i záporných hodnot především použitým stejnosměrným napájecím napětím. Proto má převodní charakteristika zapojení přibližně průběh, vyznačený na obr.4.8b. Skládá ze tří přímkových úseků, říkáme tedy, že tato charakteristika je po částech lineární.

#### 4.2.4. Nelineární akumulční prvky

**Nelineární kapacitor**, jehož schématická značka je na obr.4.9a, je charakterizován nelineární coulombvoltovou charakteristikou. Podobně jako v případě nelineárního rezistoru definujeme **statickou kapacitu**

$$C_s = \frac{Q_Q}{U_Q} \quad (4 - 10)$$

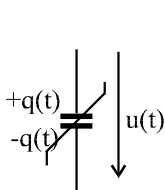
jako podíl náboje a napětí v pracovním bodě a **dynamickou kapacitu**

$$C_d = \left. \frac{dq}{du} \right|_Q \quad (4 - 11)$$

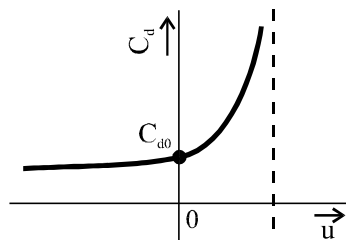
jako derivaci náboje podle napětí v tomto bodě. V praktických aplikacích se setkáváme se dvěma typy nelineárních kondenzátorů: s varikondy a varikapy.

**Varikond** je kondenzátor, jehož elektrody jsou odděleny dielektrikem s permitivitou  $\epsilon$ , závislou na napětí mezi elektrodami kondenzátoru, tj. na velikosti intenzity elektrického pole  $E$  v dielektriku. Nelinearita se projevuje zvláště při použití dielektrických materiálů s vysokou počáteční permitivitou (tzv. ferroelektrik) a při větších napětích na kondenzátoru.

**Varikap** je název pro prvek využívající kapacitu polovodičového přechodu PN. Ta se skládá z bariérové a difúzní kapacity, které závisejí na napětí na přechodu. Typický



Obr.4.9a



Obr.4.9b

průběh závislosti dynamické kapacity na napětí je na obr.4.9b. Při změně polohy pracovního bodu ze záporných do kladných hodnot se dynamická kapacita mění ve velmi širokých mezích. (Kladné napětí na přechodu však nesmí překročit několik desetin voltu, protože pak se přechod otevírá - představuje diodu v propustném stavu.) Varikapy se často používají

jako kondenzátory v rezonančních obvodech s plynule proměnným rezonančním kmitočtem.

**Nelinearita cívek** je většinou způsobena závislostí magnetické permeability  $\mu$  jádra cívky na intenzitě magnetického pole  $H$ . Cívka je pak popsána závislostí magnetického

toku na proudu, weberampérovou charakteristikou. Opět zde definujeme **statickou** a **dynamickou** indukčnost jako

$$L_s = \frac{\Psi_Q}{I_Q}, \quad L_d = \left. \frac{d\Psi}{di} \right|_Q . \quad (4 - 12) \quad (4 - 13)$$

### 4.3. Aproximace nelineárních charakteristik

Charakteristiky nelineárních prvků jsou obvykle získány měřením v určitém konečném počtu bodů. Hodnoty máme proto k dispozici v tabulkách nebo grafech. Abychom umožnili numerické řešení obvodů s nelineárními prvky, je třeba mít charakteristiky vyjádřeny pomocí analytických výrazů. Takový výraz by měl na jedné straně dostatečně přesně vystihovat skutečný tvar charakteristiky, na druhé straně však musí být tak jednoduchý, aby nadměrně nekomplikoval matematické operace, které s ním v průběhu řešení budeme provádět.

V praxi se používá především těchto způsobů analytického vyjádření charakteristik:

- linearizace,
- po částech lineární aproximace,
- interpolace nebo aproximace polynomem,
- aproximace exponenciální funkcí.

Který z uvedených způsobů použijeme, záleží na konkrétním průběhu charakteristiky, na velikosti signálu v obvodu a na tom, které vlastnosti obvodu se chystáme analyzovat.

#### 4.3.1. Linearizace

V odstavci 4.2 jsme již poznali, že pro malé signály lze charakteristiku nelineárního prvku nahradit v bezprostředním okolí pracovního bodu přímkou. Takové náhradě se říká **linearizace charakteristiky**. Pokud pracovní body všech nelineárních prvků známe a poloha pracovních bodů se nemění, můžeme analyzovat průchod signálu obvodem na základě lineárního náhradního schématu, ve kterém všechny nelineární prvky jsou nahrazeny svými linearizovanými modely. Celá analýza se tak podstatně zjednoduší, protože k ní můžeme použít všech metod, které používáme při analýze lineárních obvodů.