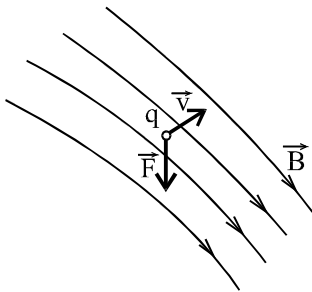


5. MAGNETICKÉ OBVODY

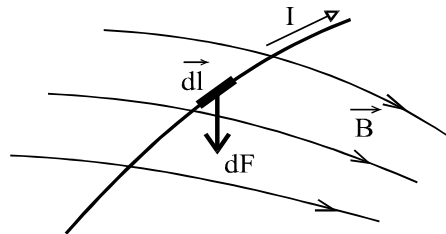
5.1. Úvod

Pohyb elektrických nábojů - elektrický proud - vytváří magnetické pole. Jeho existence je potřebná pro realizaci řady důležitých zařízení, jako např. elektrických strojů (generátorů, motorů, transformátorů), elektrických přístrojů (jističů, stykačů,...), elektrických měřicích přístrojů, elektroakustických měničů (reproduktorů, sluchátek, mikrofonů, záznamových a čtecích hlav, ...) atd.

Magnetické pole je charakterizováno **magnetickou indukcí** (plošnou hustotou magnetického toku) \mathbf{B} , která je mírou jeho silového působení. Magnetické pole zobrazujeme pomocí indukčních čar. Vektor indukce \mathbf{B} má v každém bodě směr tečny k indukční čáře.



Obr.5.1



Obr.5.2

Pro sílu \mathbf{F} působící na elektrický náboj, který se pohybuje rychlostí \mathbf{v} (např. v obrazovce, v elektronovém mikroskopu nebo urychlovači částic - obr.5.1), platí

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (5 - 1)$$

Síla působící na element vodiče $d\mathbf{l}$, protékaný proudem I (např. v elektrickém motoru, v měřicím přístroji, v reproduktoru - obr.5.2) je rovna

$$d\mathbf{F} = I(d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \quad (5 - 2)$$

Dále definujeme **vektor intenzity magnetického pole** \mathbf{H} . V izotropním prostředí platí vztah

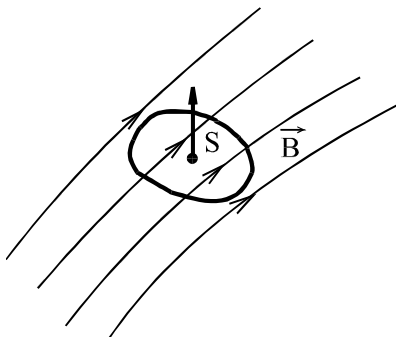
$$\mathbf{H} = \frac{1}{m} \mathbf{B} = \frac{1}{m_r m_0} \mathbf{B} \quad (5 - 3)$$

kde

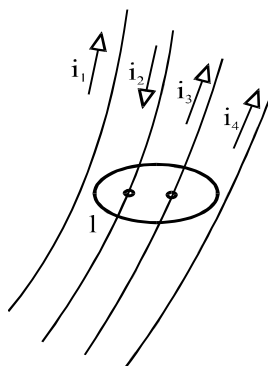
- m je magnetická permeabilita prostředí,
- m_0 je magnetická permeabilita volného prostoru (fyzikální konstanta),
 $m_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$
- m_r je relativní permeabilita (bezrozměrná veličina).

Průtok vektoru magnetické indukce plochou S (obr.5.3) nazýváme **magnetický tok**

$$\Phi = \oint_S \vec{B} d\vec{S} \quad (5 - 4)$$



Obr.5.3



Obr.5.4

V magnetickém poli platí **Ampérův zákon celkového proudu** (obr.5.4)

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum I \quad (5 - 5)$$

Integrál na levé straně rovnice je tzv. **magnetické napětí**

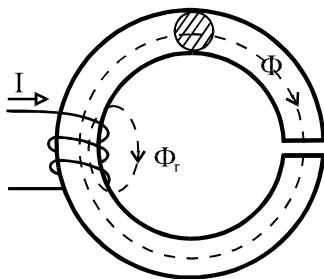
$$U_m = \oint_l \vec{H} d\vec{l} \quad (5 - 6)$$

Výraz na pravé straně rovnice se nazývá **magnetomotorické napětí** a ukazuje, jak je magnetické pole vytvářeno elektrickým proudem

$$F_m = \sum I \quad (5 - 7)$$

5.2. Jednoduchý magnetický obvod

Abychom dosáhli optimálního účinku, snažíme se koncentrovat magnetické pole do vhodně tvarovaného **pracovního prostoru**. Pole vytvoříme v okolí vodičů protékáných proudem, obvykle cívkou s určitým počtem závitů, a magneticky dobře vodivými drahami ("pólovými nástavci") je vedeme do pracovního prostoru ("vzduchová mezera"). Celek se pak nazývá **magnetický obvod**.



Obr.5.5

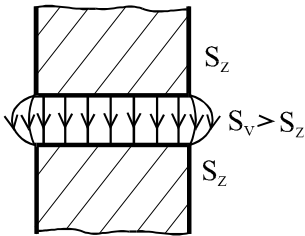
Na obr.5.5 je nakresleno nejjednodušší provedení magnetického obvodu. Základem je toroid vyrobený z magneticky dobře vodivého, tzv. **ferromagnetického materiálu**, tj. materiálu s vysokou magnetickou permeabilitou. Toroid je přerušen relativně malou mezerou, která představuje budoucí pracovní prostor, ve kterém se mají projevovat požadované silové účinky. Toroidem včetně vzduchové mezery protéká **hlavní magnetický tok** F . Protože materiál toroidu není dokonale magneticky vodivý, malá část magnetického toku vytvořeného proudem se uzavírá kratší cestou v

nejbližším okolí závitů cívky. Tomuto toku, který se obvykle snažíme co nejvíce potlačit, se říká **rozptylový tok** Φ_r .

Magnetické indukční čáry hlavního toku mají tvar kružnic. Vektor magnetické indukce **B** je všude kolmý k příčnému řezu obvodem. Proto platí

$$\Phi = B \cdot S_z \quad (5 - 8)$$

Předpokládáme, že magnetický tok v toroidu je roven magnetickému toku ve vzduchové mezeře. Vzhledem k rozdílné magnetické vodivosti materiálu toroidu a vzduchové mezery je efektivní průřez vzduchové mezery S_v větší než průřez toroidu S_z . Vyplývá to z průběhu indukčních čar v okolí vzduchové mezery, jak je vidět z detailního nákresu na obr.5.6. Magnetomotorické napětí $F_m = N \cdot I$ vytvořené proudem I v cívce s N závitů, musí být v rovnováze s celkovými úbytky magnetického napětí, vyvolanými tokem F . Zanedbáme-li rozptylový tok, pak platí



Obr.5.6

$$F_m = U_{mz} + U_{mv} = H_z l_z + H_v l_v = \frac{B_z}{m_z} l_z + \frac{B_v}{m_v} l_v.$$

Magnetická permeabilita

$$m_v \neq m_0, \quad m_z = m_{rz} \cdot m_0,$$

velikost magnetické indukce v jednotlivých částech obvodu

$$B_z = \frac{\Phi}{S_z}, \quad B_v = \frac{\Phi}{S_v} \quad (5 - 9), (5 - 10)$$

Proto

$$U_{mv} = \frac{\Phi}{m_0 S_v} l_v = \Phi R_{mv}, \quad (5 - 11)$$

kde

R_{mv} je **magnetický odpor** vzduchové mezery, pro který platí

$$R_{mv} = \frac{l_v}{m_0 S_v} \quad (5 - 12)$$

Podobně

$$U_{mz} = \frac{\Phi}{m_z S_z} l_z = \Phi R_{mz}, \quad (5 - 13)$$

kde

R_{mz} je magnetický odpor ferromagnetické části obvodu, který je

$$R_{mz} = \frac{l_z}{m_z S_z} \quad (5 - 14)$$

Úbytek magnetického napětí U_{mv} je přímo úměrný magnetickému toku Φ a magnetickému odporu vzduchové mezery R_{mv} . Vyjádřením vztahu mezi uvedenými veličinami je tzv. **Hopkinsonův zákon**

$$U_m = \Phi \cdot R_m, \quad (5 - 15)$$

který je obdobou Ohmova zákona z elektrických obvodů.

Podobně jako Ohmův zákon i Hopkinsonův zákon platí pouze v lineárních obvodech, tj. tam, kde magnetický odpor nezávisí na protékajícím magnetickém toku. V magnetických obvodech to je obvykle pouze vzduchová mezera. Ve ferromagnetických materiálech musíme brát v úvahu nelineární závislost indukce B na intenzitě H a tím i nelineární závislost $U_m = f(\Phi)$.

Mezi magnetickými a elektrickými obvody a jejich veličinami a vzájemnými vztahy existuje určitá **formální analogie**, jak je vidět z následující tabulky.

ELEKTRICKÝ OBVOD

elektrický proud I [A]
 elektrické napětí U [V]
 elektromotorické napětí U_i [V]
 elektrický odpor R [Ω]=[V/A]
 Ohmův zákon $U = R \cdot I$

MAGNETICKÝ OBVOD

magnetický tok Φ [Wb]=[Vs]
 magnetické napětí U_m [A]
 magnetomotorické napětí F_m [A]
 magnetický odpor R_m [A/Vs]
 Hopkinsonův zákon $U_m = R_m \cdot \Phi$

Analogii lze dále rozšířit i na oba **Kirchhoffovy zákony**. V magnetických obvodech pak platí

v místech, kde se větví magnetický tok $\sum \Phi = 0$,

v uzavřené smyčce magnetického obvodu $\sum U_m = 0$.

5.3. Magnetické vlastnosti látek

Podle chování materiálů v magnetickém poli, které závisí na velikosti jejich relativní permeability, je rozdělujeme na

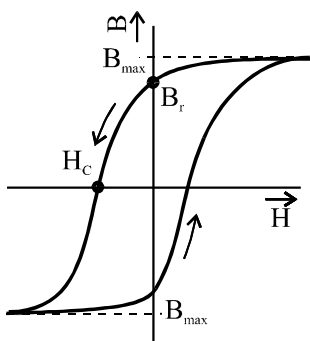
diamagnetické, $m_r < 1$ (relativní permeabilita málo odlišná od jedničky)

paramagnetické, $m_r > 1$ (řádově jednotky)

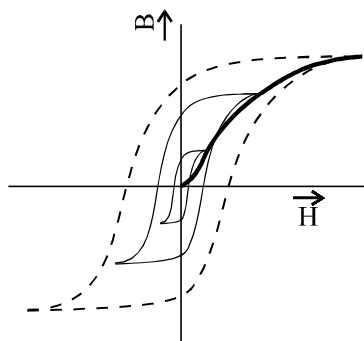
ferromagnetické, $m_r \gg 1$.

Diamagnetické i paramagnetické látky jsou lineární. Jejich permeabilita nezávisí na intenzitě magnetického pole. Pro použití v magnetických obvodech mají největší význam látky ferromagnetické. Ty jsou však nelineární (velikost magnetické indukce B ve ferromagnetických látkách není úměrná okamžité hodnotě intenzity H), nemohou být proto charakterizovány jediným parametrem. Navíc se u nich projevuje i hystereze - velikost magnetické indukce B závisí i na předcházejícím časovém průběhu magnetického pole v látce, na historii děje.

Pro zjednodušení se k popisu ferromagnetických látek používají grafy závislosti $B = f(H)$, naměřených při střídavém magnetování. Intenzita H se mění od maximálních záporných do maximálních kladných hodnot a zpět určitou relativně malou rychlostí. Ukazuje se, že při poklesu intenzity magnetického pole neprobíhá změna indukce po stejné křivce jako při nárůstu intenzity pole. Při měření této závislosti necháme intenzitu narůstat do určité maximální kladné hodnoty $+H_{\max}$ a pak ji opět snižujeme k nule. Poté obrátíme směr intenzity na opačný (změnou směru proudu v cívice, kterou vytváříme pole) a nastavíme maximální zápornou hodnotu $-H_{\max}$. Celý cyklus několikrát opakujeme, až dosáhneme toho, že graf naměřené závislosti je symetrický podle počátku.

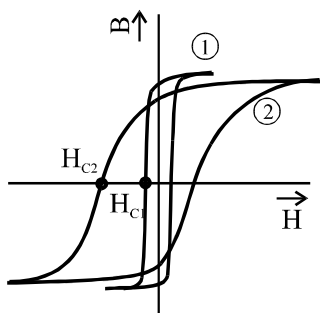


Obr.5.7a



Obr.5.7b

Příklad naměřené charakteristiky, nazývané **hysterezní křivka**, je na obr.5.7a. Na křivce jsou vedle bodů odpovídajících extrémním hodnotám (H_{\max}, B_{\max}) ještě dva významné body označené B_r a H_c . Svislá souřadnice bodu B_r odpovídá tzv. **remanentní indukci** (zbytkové indukci), tj. magnetické indukci v látce v případě, kdy $H=0$, (proud do magnetizační cívky je nulový). Bod H_c na druhé straně udává tzv. **koercivitu**, tj. velikost intenzity, která je nutná k odmagnetování látky, tedy ke snížení indukce na nulu.



Obr.5.8

Změníme-li rozkmit magnetizačního proudu a tím i maximální velikost intenzity H , dostaneme jinou hysterezní křivku. Na obr.5.7b je nakreslen příklad několika takových křivek. Pro zjednodušení se pak obvykle místo celé soustavy používá jediné, tzv. **magnetizační křivky** (také se nazývá **křivka prvotní magnetizace**). Je to čára, která prochází vrcholy jednotlivých naměřených charakteristik. Na obrázku je zakreslena silnou čarou.

Dodejme ještě, že konkrétní tvar hysterezní smyčky závisí i na způsobu, jakým měníme magnetizační proud a tím i intenzitu pole. Bude jiný, mění-li se proud lineárně v závislosti na čase a jiný při harmonické změně proudu.

Ferromagnetické látky rozdělujeme podle tvaru hysterezní smyčky na dvě velké skupiny. Rozdíl mezi nimi je patrný z charakteristik na obr.5.8. Obě křivky na obrázku odpovídají

materiálům s přibližně stejně velikou remanentní indukcí. Indexem 1 je označena hysterezní smyčka **magneticky měkké látky**. Je to látka, kterou snadno přemagnetujeme, protože má malou koercivitu. Magneticky měkké látky se používají v magnetických obvodech se střídavým napájením, jako jsou transformátory nebo elektrické točivé stroje na střídavý proud. Křivka 2 odpovídá **magneticky tvrdému** materiálu, který vyžaduje daleko větší intenzitu na odmagnetování. Takové materiály se používají jako permanentní magnety pro vytváření časově neproměnných magnetických polí.

5.4. Řešení magnetických obvodů

Cílem řešení magnetického obvodu je **analýza** nebo **syntéza** obvodu.

Při analýze vycházíme z kompletně zadaného obvodu a hledáme velikosti magnetických toků a úbytků magnetických napětí v jeho jednotlivých částech (větších).

Častěji však provádíme **syntézu**, kdy navrhujeme magnetický obvod tak, abychom v dané vzduchové mezeře zabezpečili požadovanou velikost magnetické indukce. Předpokládáme určitý tvar a materiál magnetických drah a hledáme potřebnou velikost magnetomotorického napětí $F_m = N.I$ (potřebný počet "ampérvzávitů" pracovní cívky).

Postup řešení připomíná řešení nelineárních rezistorových (nesetrvačných) elektrických obvodů. V případě magnetických obvodů je však situace dále komplikována hysterezí ferromagnetických materiálů, existencí rozptylových toků a nerovnoměrným rozložením toku na příčném řezu magnetického obvodu. Proto je řešení magnetických obvodů vždy jenom přibližné.

Postup řešení ukážeme na jednoduchých příkladech.

Příklad 5.1.

Uvažujeme toroidní magnetický obvod se vzduchovou mezerou podle obr. 5.5. Známe rozměry pracovního prostoru l_v, S_v , ve kterém požadujeme indukci B_v .

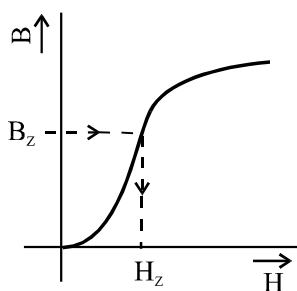
Vypočítáme tok $\Phi = B_v \cdot S_v$ a magnetické napětí na vzduchové mezeře

$$U_{mv} = \Phi \cdot R_{mv} = \Phi \frac{l_v}{\mu_0 S_v} .$$

Rozptyl siločar v těsném okolí pracovního prostoru působí, že $S_v > S_z$. Rozdíl je tím větší, čím větší je délka vzduchové mezery. Vypočítáme indukci v železe

$$B_z = \frac{\Phi}{S_z} = B_v \frac{S_v}{S_z} .$$

Protože magnetický obvod je vyroben z ferromagnetického materiálu, nemůžeme k určení úbytku magnetického napětí použít Hopkinsonův zákon. Z magnetizační křivky materiálu $B_z = f(H_z)$ odečteme intenzitu H_z , jak je zřejmé z obr.5.9.



Obr.5.9

Pak úbytek magnetického napětí

$$U_{mz} = H_z \cdot l_z$$

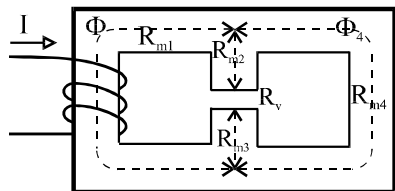
a celkové potřebné magnetomotorické napětí

$$F_m = N \cdot I = U_{mv} + U_{mz} .$$

Toto napětí se udává v "ampéřzávitcích". Můžeme je realizovat cívkou s malým počtem závitů N protékaných velkým proudem I nebo naopak cívkou s velkým počtem závitů při malém budícím proudu. Kterou variantu zvolíme, závisí na tom, bude-li cívka napájena ze zdroje malého napětí (např. 12 V z akumulátoru) nebo většího napětí (např. 200 V, získaných usměrněním napětí ze střídavé rozvodné sítě).

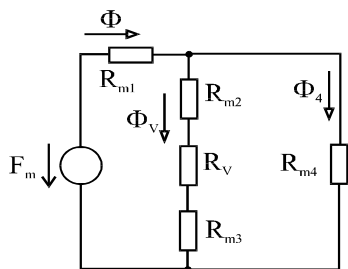
Příklad 5.2.

Složitější magnetický obvod podle obr.5.10a se skládá z několika větví s rozdílnými geometrickými parametry (délka, průřez). Předpokládáme však stejný magnetický materiál. Řešení založíme na analogii magnetického obvodu s elektrickým obvodem (obr.5.10b a 5.10c).

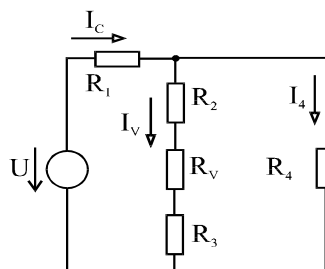


Obr.5.10.a

U jednotlivých větví uvažujeme, že mají všude stejně veliký příčný průřez S_z a stejně velikou magnetickou indukci B_z . To je jistě značně násilný předpoklad, zvláště v místech, kde dochází k ostrým zlomům ve směru magnetické dráhy (v rozích). Pro zjednodušení



Obr.5.10b



Obr.5.10c

řešení však jinou možnost nemáme, s touto nepřesností se musíme proto smířit. Při výpočtu magnetických úbytků pak jako délku l_z jednotlivých částí dosadíme tzv. **střední délku** příslušné **magnetické siločáry**, která zohlední její pravděpodobný zakřivený tvar.

Ze zadaných podmínek ve vzduchové mezeře vypočítáme jako v předešlém příkladě tok Φ_v a magnetické napětí na mezeře U_{mv} . Magnetická indukce v pólových nástavcích

$$B_{z2} = B_{z3} = \frac{\Phi_v}{S_{z3}}$$

a úbytek na nich (uvažujeme, že jsou stejně veliké)

$$U_{m2} = U_{m3} = I_{z3} \cdot H_{z3} ,$$

kde intenzitu H_{z3} jsme odečetli z magnetizační křivky.

Celkové magnetické napětí na příčné větvi je pak

$$U_{m23v} = U_{mv} + U_{m2} + U_{m3} .$$

Toto napětí je rovno úbytku na pravé větvi

$$U_{m23v} = H_{z4} \cdot I_{z4} .$$

Podle známé intenzity H_{z4} odečteme odpovídající indukci B_{z4} a vypočítáme magnetický tok Φ_4 .

Celkový tok dodávaný cívkou v levé větvi musí být

$$\Phi = \Phi_v + \Phi_4 = B_{z1} \cdot S_{z1}$$

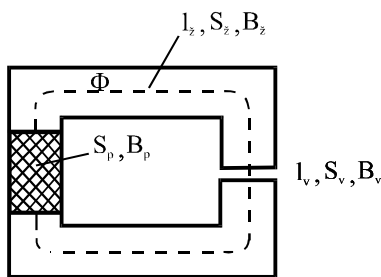
a potřebné magnetomotorické napětí

$$F_m = N \cdot I = U_{m23v} + U_{m1} = U_{m23v} + H_{z1} \cdot I_{z1} .$$

5.5. Magnetický obvod s permanentním magnetem

K vytvoření magnetického pole tak, jak jsme to ukázali v předcházejících dvou příkladech, vždy potřebujeme určitý elektrický proud. Průtokem tohoto proudu závitky cívky vznikají ztráty elektrické energie, protože vodič, z něhož je cívka navinuta, vykazuje elektrický odpor.

Pokroky moderní technologie výroby permanentních magnetů vytvořily však podmínky pro generování magnetických polí bez nároků na elektrickou energii. S permanentními magnety se setkáváme např. v magnetických obvodech reproduktorů a sluchátek, měřicích přístrojů, malých i větších stejnosměrných, synchronních a krokových motorků a v dalších aplikacích.



Obr.5.11

Náčrtek jednoduchého obvodu s permanentním magnetem je na obr. 5.11. Kostka permanentního magnetu (na obrázku šrafovaná část) je opatřena pólovými nástavci z ferromagnetického magneticky měkkého materiálu. Ve vzduchové mezeře mezi konci nástavců je pracovní prostor, ve kterém má být vytvořeno požadované magnetické pole.

Pro jednoduchost předpokládáme, že materiál pólových nástavců má tak vysokou magnetickou permeabilitu, že úbytky magnetického napětí na nástavcích lze zanedbat. Magnetický tok v obvodu

$$\Phi = B_p \cdot S_p = B_v \cdot S_v . \quad (5 - 16)$$

Součet magnetických napětí na magnetu a na mezeře je roven nule, protože v obvodu není žádný další zdroj.

$$U_{mp} + U_{mv} = 0 \quad (5 - 17)$$

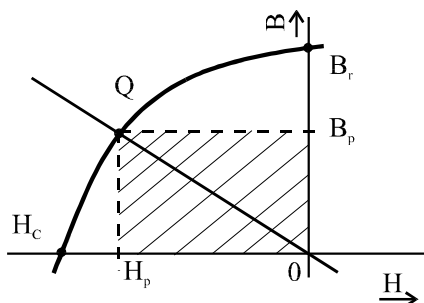
Proto

$$U_{mp} = -U_{mv} = -\frac{B_v \cdot l_v}{m_0} = H_p \cdot l_p \quad (5 - 18)$$

Po dosazení za indukci B_v ve vzduchové mezeře dostaneme pro intenzitu magnetického pole uvnitř permanentního magnetu

$$H_p = -\frac{B_v}{m_0} \cdot \frac{l_v}{l_p} = -\frac{1}{m_0} \cdot \frac{S_p}{S_v} \cdot \frac{l_v}{l_p} \cdot B_p \quad (5 - 19)$$

To je rovnice přímky, kterou zakreslíme do souřadné soustavy (H_p, B_p) , ve které máme hysterezní smyčku permanentního magnetu. Přímka prochází počátkem a má zápornou směrnici. Jak ukazuje obr. 5.12, přímka protíná hysterezní smyčku ve 2. kvadrantu, na tzv. **demagnetizační charakteristice**. Průsečík Q určuje hodnoty H_p a B_p za daných podmínek, tj. pro dané rozměry permanentního magnetu a vzduchové mezery.



Obr.5.12

Sklon přímky závisí mimo jiné na délce vzduchové mezery. Zmenšení mezery znamená zvětšení směrnice (v absolutní hodnotě). V limitním případě, kdy $l_v \rightarrow 0$, klesá H_p k nule a současně se indukce blíží k hodnotě B_r , k remanentní indukci magnetu. Obvodem protéká maximální remanentní tok $\Phi_r = B_r \cdot S_p$. Na druhé straně zvětšení mezery může v krajním případě znamenat nulový magnetický tok, zatímco intenzita magnetického pole v magnetu vzroste na

koercivitu H_c .

V praxi bývají hodnoty vzduchové mezery S_v, l_v, B_v dány. Volbou zbývajících parametrů můžeme magnetický obvod optimalizovat. Za optimální považujeme to řešení, kdy dosahujeme předepsaných hodnot magnetického pole ve vzduchové mezeře při nejmenší spotřebě materiálu permanentního magnetu, protože jeho cena zpravidla určuje cenu celého obvodu.

V absolutních hodnotách jsou magnetické úbytky U_{mp} a U_{mv} stejně veliké, tj.

$$H_p \cdot l_p = H_v \cdot l_v \quad (5 - 20)$$

Současně je magnetický tok v magnetu i v mezeře stejně veliký

$$B_p \cdot S_p = B_v \cdot S_v \quad (5 - 21)$$

Rovnice (5-20) a (5-21) vynásobíme

$$B_p \cdot H_p \cdot l_p \cdot S_p = B_v \cdot H_v \cdot l_v \cdot S_v = \frac{B_v^2}{\mu_0} \cdot l_v \cdot S_v \quad (5 - 22)$$

a vyjádříme součin $l_p \cdot S_p$, který je roven objemu materiálu

$$V_p = l_p \cdot S_p = \frac{B_v^2 \cdot l_v \cdot S_v}{\mu_0 \cdot B_p \cdot H_p} = \frac{\text{konst}}{B_p \cdot H_p} . \quad (5 - 23)$$

Potřebný objem magnetického materiálu je nepřímo úměrný součinu $B_p \cdot H_p$ v pracovním bodě. Ten má rozměr J/m^3 a udává objemovou hustotu energie. Pro minimální objem permanentního magnetu je tedy třeba, aby součin $B_p \cdot H_p$ byl maximální.

Následující tabulka uvádí několik typických materiálů, používaných pro permanentní magnety. V tabulce jsou uvedeny hodnoty remanentní indukce, koercivity a maximálního dosažitelného energetického součinu.

Tab.5.1

Materiál magnetu	$B_r [T]$	$H_c [A/m]$	$(B_p H_p)_{\max} [J/m^3]$	Poznámka
kobaltová ocel	0.95	18	4.5	1)
AlNiCo	1.25	45	15	2)
Nipermag	0.55	55	8	
izotropní ferit	0.23	130	20	
anizotropní ferit	0.35	240	25	
SmCo5	0.95	670	160-195	3)
R2Co17	1.1	725	190-240	4)
NdFeB	1.2	900	225-280	5)

Poznámky :

- 1) klasický materiál první třetiny 20. století
- 2) materiál používaný koncem 30. let a během 2. světové války
- 3), 4), 5) moderní materiály ze vzácných zemin
- 3) samarium + kobalt
- 5) neodym + železo + bór