

Radioelektronická měření (MREM)

# Měření frekvence a času

7. přednáška

Jiří Dřínovský

Ústav radioelektroniky FEKT VUT v Brně

# Úvod

Tyto dvě fyzikální veličiny – *frekvence* a *čas* – jsou navzájem svázány. Frekvence  $f$  je definována jako počet opakování periodického děje za jednotku času – jednu sekundu – a je převrácenou hodnotou doby periody  $T$ , tedy

$$f = 1/T.$$

Jednotka času 1 s patří k základním jednotkám soustavy SI a je definována následujícím způsobem:

*Jedna sekunda je doba trvání 9 192 631 770 period záření vznikajícího při přechodu elektronu mezi dvěma velmi blízkými hladinami základního stavu atomu cesia 133.*

Základním etalonem frekvence (a tedy i času) je *cesiový rezonátor*. Ten pracuje přímo na základě výše uvedené definice. V dutině rezonátoru naplněné atomy cesia dojde k rezonanci, odpovídá-li frekvence přivedeného elektromagnetického záření hodnotě 9192,631770 MHz. Etalonové zdroje kmitočtu pracující na tomto principu dosahují dlouhodobé stability až  $10^{-14}$ /rok.

# Úvod

---

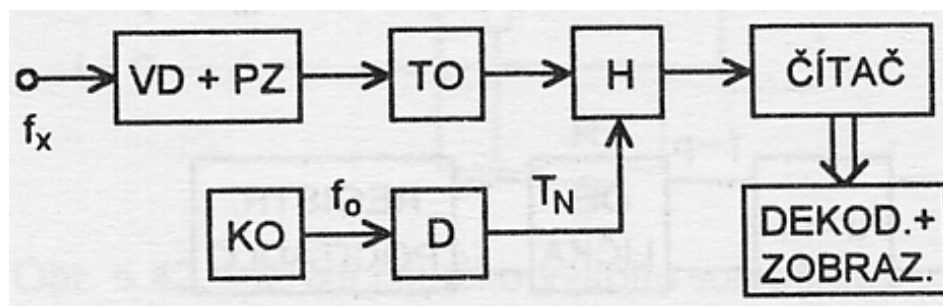
Běžně používané přesné zdroje definované frekvence používají termostatovaný krystalem řízení oscilátor pracující obvykle na frekvenci stovek kHz až jednotek MHz. Jejich dlouhodobá stabilita se pohybuje obvykle v rozmezí  $10^{-6}$ /rok až  $10^{-9}$ /rok.

# Číslicové měření frekvence a času

## Přímé měření frekvence

Nejběžnějšími přístroji používanými pro měření frekvence jsou *čítače*. Vstupní signál je po průchodu vstupním děličem příp. předzesilovačem (VD+PZ) tvarován ve tvarovacím obvodu (TO) na pulsy definované úrovně. Tyto pulsy jsou po dobu otevření hradla (H) čítány čítačem impulsů. Je-li doba otevření hradla 1 s, odpovídá počet naměřených impulsů  $N$  přímo frekvenci  $f_x$  v Hz (pro dekadický násobek či podíl 1s pak frekvenci v desetinách či desítkách Hz), obecně tedy platí

$$f_x = N/T_o.$$



# Číslicové měření frekvence a času

Doba trvání impulsu  $T_o$ , který otevírá hradlo, je určena frekvencí  $f_o$  krystalem řízeného oscilátoru (KO) po vydělení v číslicové děliči (D). Dělicí konstanta je nastavena tak, aby doba trvání impulsu  $T_o$  byla dekadickým násobkem či podílem 1 s. Přesnost měření je zejména v oblasti nižších kmitočtů omezena rozlišovací schopností čítače  $\Delta'_{f_x} = 1/T_o$ . Celková relativní chyba měření frekvence v procentech je pak dána vztahem

$$\delta_{f_x} \leq \left( 100 \frac{\Delta'_{f_x}}{f_x} + \delta_{f_o} \right) = \left( \frac{100}{f_x T_o} + \delta_{f_o} \right)$$

kde  $\delta_{f_o}$  je chyba krystalem řízeného oscilátoru v %.

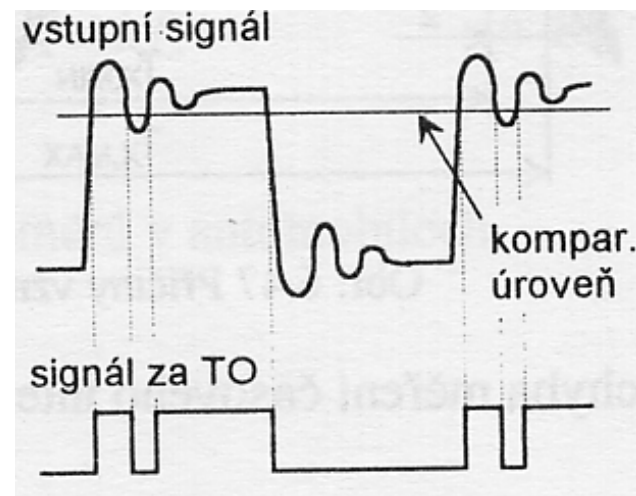
Při měření frekvence čítačem však může dojít v určitých případech k falešnému údaji. V případě nevhodného tvaru signálu (např. impulsní průběh se zákmity) a při nevhodně nastavené komparační úrovni tvarovacího obvodu je možné změřit násobek skutečné frekvence

# Číslicové měření frekvence a času

měřeného signálu. Proto je v těchto případech vhodné určit alespoň přibližně měřenou frekvenci pomocí osciloskopu a čítač použít pro její přesné měření.

Tímto způsobem lze měřit frekvenci řádově do jednotek GHz. pro vyšší frekvence se používá *metody směšování*, kdy se čítačem měří rozdílová frekvence na výstupu směšovače po průchodu dolní propustí  $f_m = f_x - kf_o$  a tedy pro měřenou frekvenci pak platí  $f_x = f_m + kf_o$ .

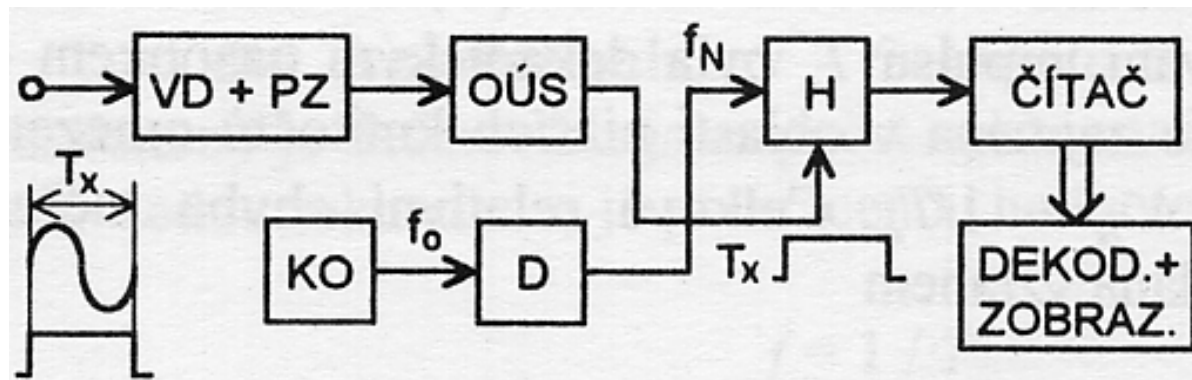
Pro zvýšení rozlišovací schopnosti v oblasti nízkých kmitočtů se v některých případech používá násobení měřeného kmitočtu 10 x či 100 x obvodem s fázovým závěsem. Obvykle se však pro měření nízkých kmitočtů do jednotek kHz používá nepřímé metody měření, kdy je měřena doby periody a frekvence se vypočte ze vztahu  $f_x = 1/T_x$ .



# Číslicové měření frekvence a času

## Měření časového intervalu

Čítače lze používat nejen pro měření frekvence, ale též času. Oproti přímému měření frekvence jsou zde zaměněny vstupy do hradla (H). Podle zvoleného režimu měření (doba periody, délka impulsu či doba mezi dvěma pulsy) se v obvodu úpravy signálu (OÚS) převede měřený časový interval na délku impulsu, kterým je otevíráno hradlo (H). Po otevření hradla čítá čítač impulsy definované frekvence  $f_N$  získané vydělením frekvence  $f_0$  krystalového oscilátoru. Pro měřený časový interval pak platí  $T_x = N/f_N$  kde  $N$  je počet impulsů načtených čítačem.

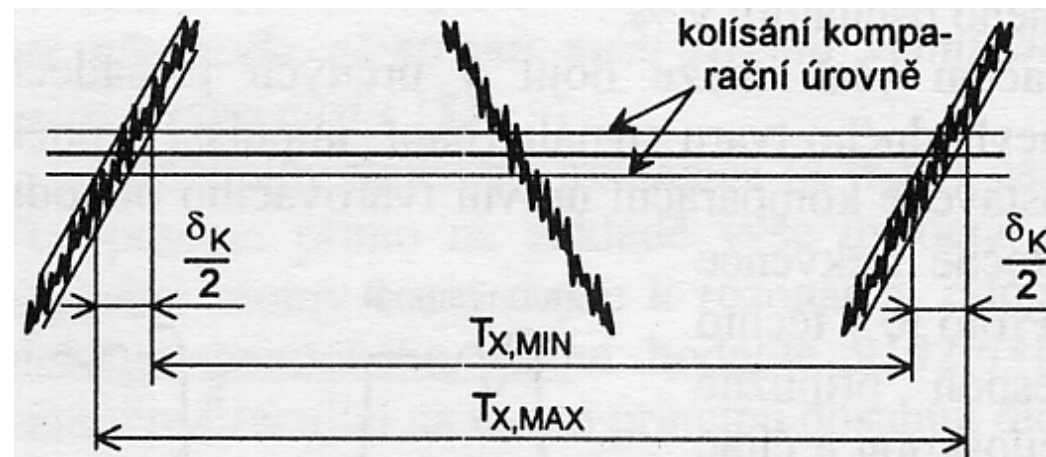


# Číslicové měření frekvence a času

Oproti přímému měření frekvence se v celkové chybě měření uplatní navíc chyba  $\delta_K$  vznikající při převodu měřeného časového intervalu na délku pulsu, který otevírá hradlo (viz. obr.). Tato chyba vniká zejména díky šumu superponovanému k měřenému signálu a kolísání komparační úrovně. Celková chyba měření časového intervalu je pak dána vztahem

$$\delta_{Tx} = \left( \frac{100}{f_N T_x} + \delta_{f_0} + \delta_K \right)$$

Tuto chybu lze snížit použitím režimu „průměrování“. V tomto režimu měříme dobu  $N_1 = 10^k$  period a výsledný čas pak podělíme  $10^k$ . Jak složka  $\delta_K$ , tak složka vzniklá omezenou rozlišovací schopností, se sníží  $N_1$ -krát.





# Ostatní metody měření frekvence a času

---

Pro přibližné měření časových intervalů lze použít osciloskop. U většiny laboratorních osciloskopů je definována převrácená hodnota rychlosti běhu časové základny v časových jednotkách na dílek rastru, takže z horizontální vzdálenosti dvou bodů zobrazeného průběhu lze vypočítat jejich časový rozdíl. U osciloskopů vybavených kurzory je obvykle možné přímo odečítat rozdíl jejich poloh v příslušných časových jednotkách. Z takto určené doby periody můžeme vypočítat i frekvenci zobrazovaného průběhu.

# Měření fázového rozdílu

## Definice měřené veličiny

Fázový rozdíl  $\varphi$  je definován pro dvojici harmonických signálů  $x_1(t)$  a  $x_2(t)$  stejné frekvence vztahy:

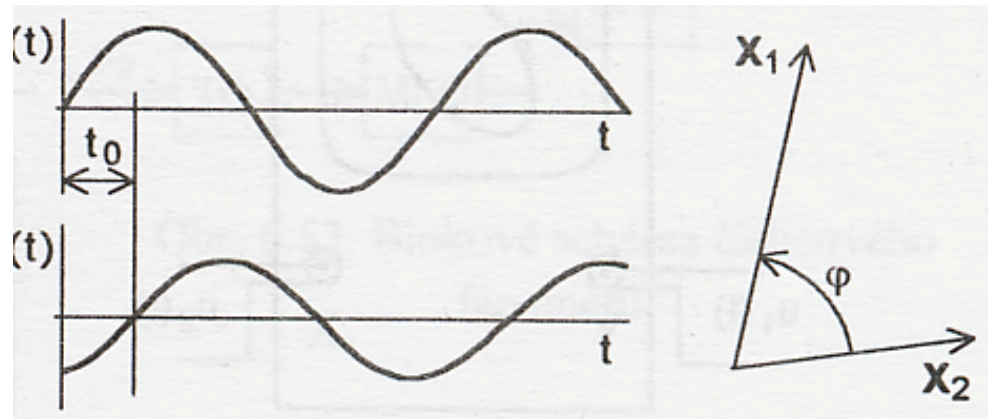
$$x_1(t) = X_{1m} \sin(\omega t)$$

$$x_2(t) = X_{2m} \sin(\omega t - \varphi)$$

kde

$$\varphi = \omega t_0 = 2\pi f t_0 = \frac{2\pi t_0}{T}$$

a  $t_0$  je časový rozdíl mezi průchody signálu  $x_1(t)$  a  $x_2(t)$  nulovou úrovní (se stejnou derivací).



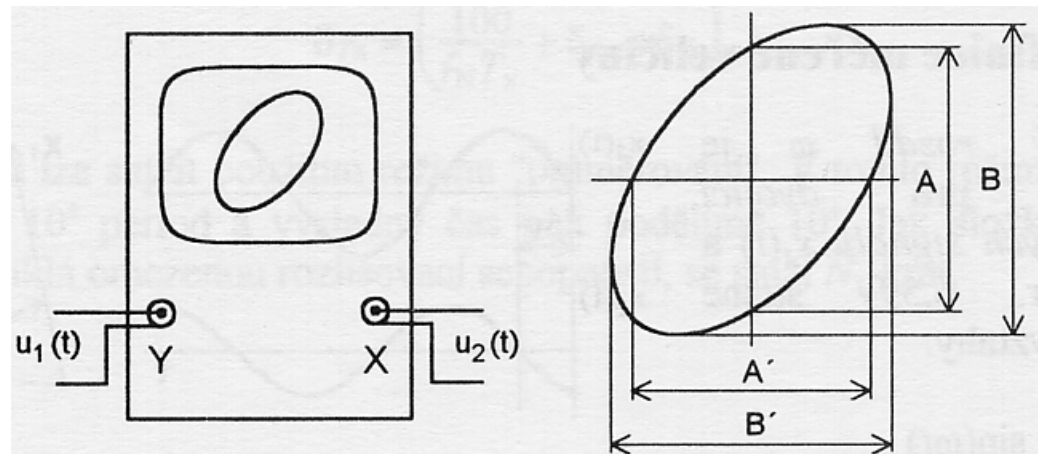
# Měření fázového rozdílu osciloskopem

V tomto případě lze použít dvě metody měření. Je-li k dispozici pouze *jednokanálový osciloskop*, pak využijeme režim X-Y, na vstup Y přivedeme signál  $u_1(t) = U_{1m} \sin(\omega t)$  a na vstup X signál  $u_2(t) = U_{2m} \sin(\omega t - \varphi)$ . Na obrazovce osciloskopu se pak zobrazí elipsa, pro kterou platí

$$\frac{A}{4} = c_Y U_{1m} \sin \varphi = \frac{B}{2} \sin \varphi$$

kde  $c_Y$  je konstanta kanálu Y, a tedy

$$\varphi = \arcsin \frac{A}{B}$$

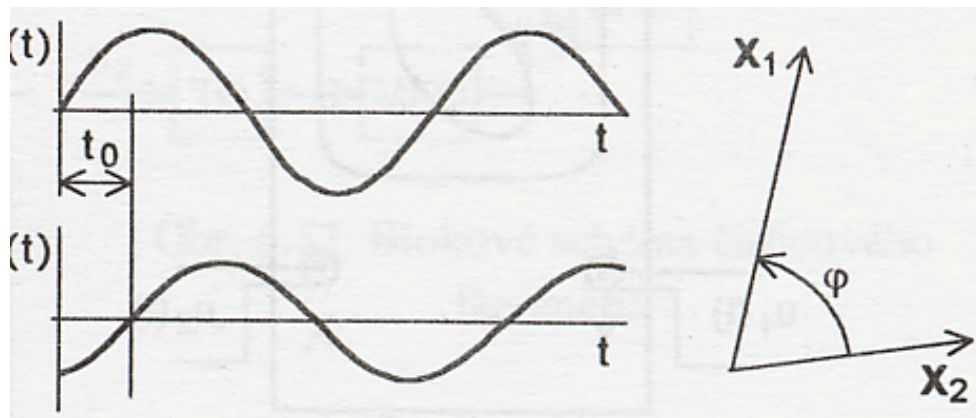


# Měření fázového rozdílu osciloskopem

Vzhledem k tomu, že fázové posuvy horizontálního a vertikálního kanálu nemusí být stejné, může zde vzniknout (zejména na kmitočtech blízcích se horní mezi kmitočtového pásma použitého osciloskopu) *chyba metody*. Její velikost (nikoli znaménko) lze snadno zjistit tak, že na vstup X i Y přivedeme stejný signál.

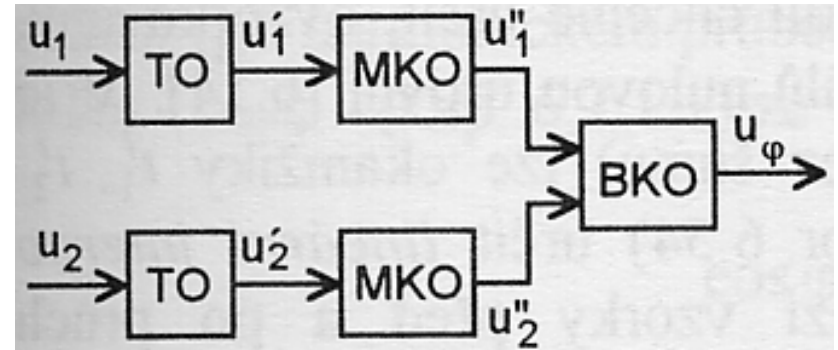
Je-li k dispozici *dvoukanálový osciloskop*, přivedeme signály, jejichž fázový rozdíl měříme, na oba vstupní kanály. Průběhy na obrazovce odpovídají (obr. stejný jako na slidu 10) a po určení časů  $t_0$  a  $T$  vypočteme fázový rozdíl přímo ze vztahu

$$\varphi = \omega t_0 = 2\pi f t_0 = \frac{2\pi t_0}{T}$$



# Elektronické fázoměry

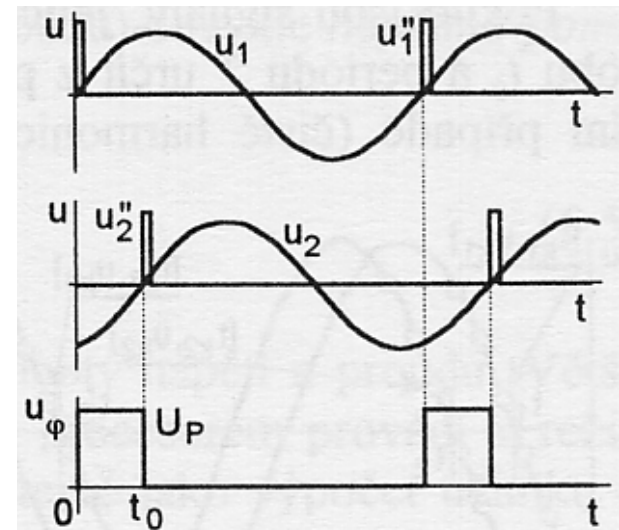
Elektronické fázoměry pracují na principu, který je zobrazen na (obr.). Oba vstupní signály se tvarují v tvarovacích obvodech (TO) na obdélníkové průběhy, jejichž náběžné hrany spouští monostabilní



klopné obvody generující úzké impulsy. Ty pak ovládají bistabilní klopný obvod, na jehož výstupu získáváme obdélníkový průběh s dobou trvání

impulsu  $t_0$  a periodou  $T$ . Použijeme-li analogové vyhodnocení, pak postačuje měřit stejnosměrnou složku tohoto průběhu, která je úměrná měřenému fázovému rozdílu, např. magnetoelektrickým voltmetrem, neboť platí:

$$U_{0,\varphi} = \frac{1}{T} \int_0^T u_\varphi(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_P dt = U_P \frac{t_0}{T} = U_P \frac{\varphi}{2\pi} = c\varphi .$$

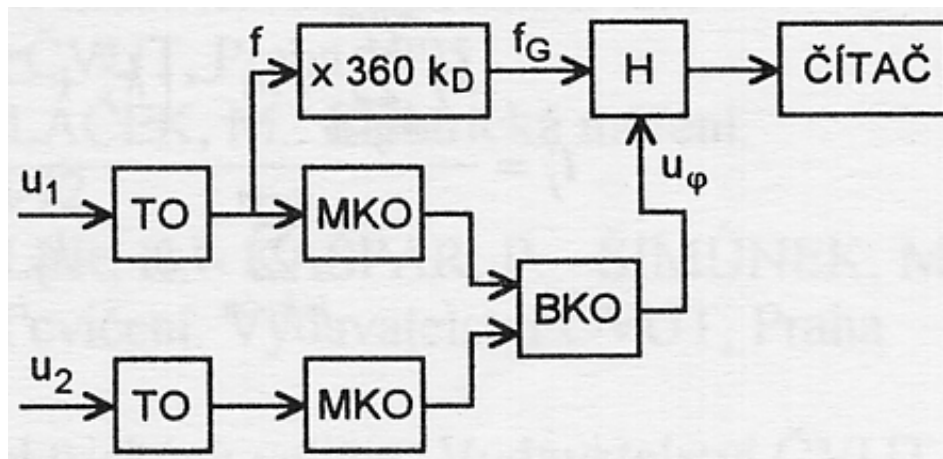


# Elektronické fázoměry

Druhá možnost je měřit *čítačem* dobu trvání impulsu  $t_0$  a periody  $T$ . Většina čítačů vybavených vestavěným procesorem provádí v režimu měření fázového rozdílu tato dvě měření automaticky stejně jako výpočet fázového rozdílu.

Samostatné *číslicové fázoměry* používají modifikované schéma zapojení, které umožňuje přímé měření fázového rozdílu. Pro údaj výstupního čítače (podle hodnoty  $k_D$  ve stupních, v  $0,1^\circ$  nebo v  $0,01^\circ$ ) pak platí:

$$N = t_0 f_G = t_0 k_N f = 360 k_D \frac{t_0}{T} = k_D \phi$$



# Elektronické fázoměry

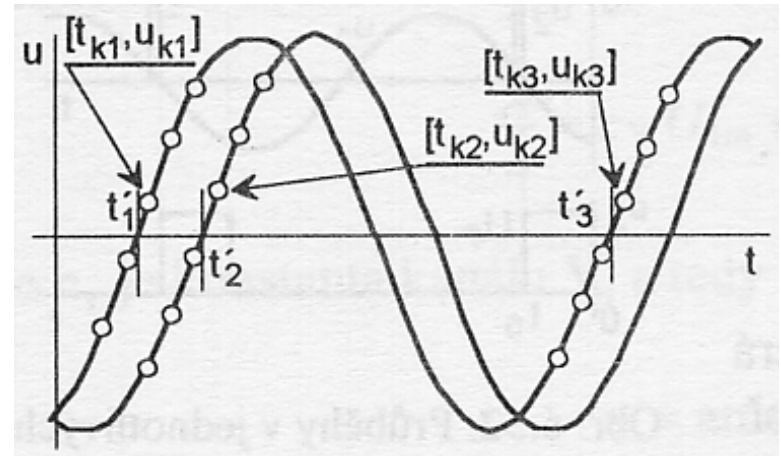
kde  $k_N = 360 k_D$  ( $k_D = 1, 10, 100$ ) je násobící konstanta obvodu s fázovým závěsem, který násobí frekvenci  $f$  vstupního signálu.

Významnou příčinou chyb u těchto metod mohou být *dynamické vlastnosti komparátorů* ve tvarovacích obvodech, které zejména při vyšších kmitočtech (nad stovky kHz) a různých úrovních vstupních signálů v jednotlivých kanálech způsobí rozdílná zpoždění překlopení těchto komparátorů.

# Vzorkovací metoda měření fázového rozdílu

Pokud jsou signály, jejichž fázový rozdíl chceme určit, navzorkovány, lze dobu  $t_0$  a periodu  $T$  určit z průchodu signálů nulovou úrovní. V ideálním případě (čistě harmonické signály bez šumu) lze okamžiky  $t'_1$ ,  $t'_2$ , a  $t'_3$  (viz. obr.) určit *lineární interpolací* mezi vzorky před a po průchodu nulovou úrovní a platí:

$$t'_j = \left( \frac{-u_{k_j-1}}{u_{k_j} - u_{k_j-1}} + k_j \right) T_S$$



kde  $k_j$  je první vzorek po průchodu nulovou úrovní v čase  $t'_j$  a  $T_S$  je perioda vzorkování. Vzhledem k existenci šumu je vhodné pro zlepšení přesnosti měření proložit více vzorků v blízkosti průchodu nulou *regresní přímkou* s využitím metody nejmenších čtverců odchylek.



# Ostatní metody měření fázového rozdílu

Fázový rozdíl dvou harmonických napětí (signálů) je možné samozřejmě měřit též *vektorvoltmetrem*, kdy jedno napětí použijeme jako referenční a druhé jako měřené. V případě, že ani jedno napětí nelze použít jako referenční (např. vzhledem k jeho velikosti), změříme fázový rozdíl obou napětí vůči referenčnímu napětí ( $\varphi_1, \varphi_2$ ) a jejich vzájemný fázový rozdíl určíme ze vztahu  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ .

V silnoproudých aplikacích určujeme fázový rozdíl mezi napětím a proudem (při harmonickém průběhu napětí a proudu) obvykle *nepřímo pomocí účinníku* –  $\cos \varphi$  ze vztahu

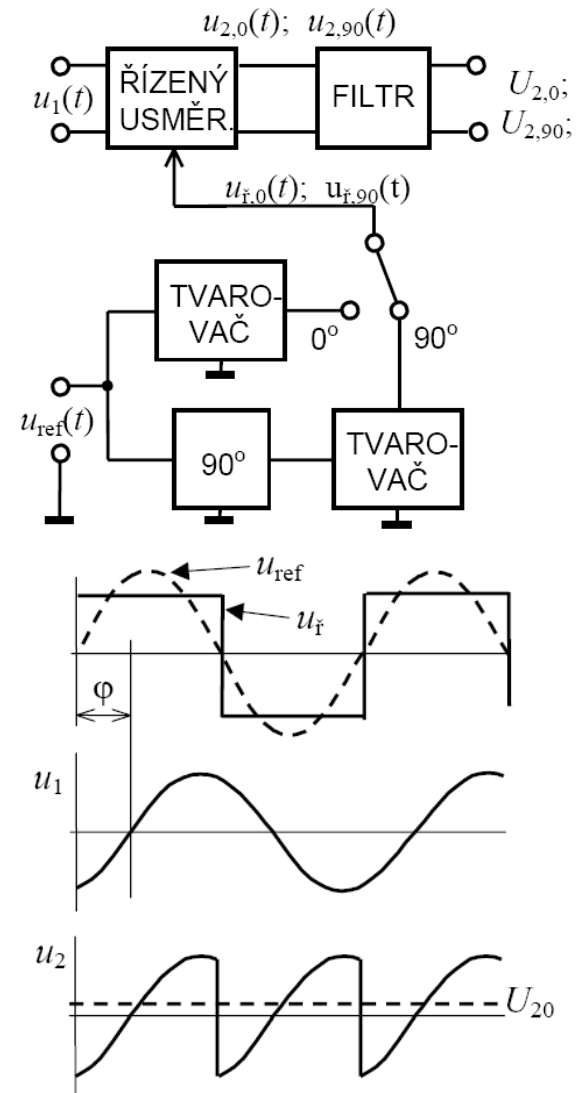
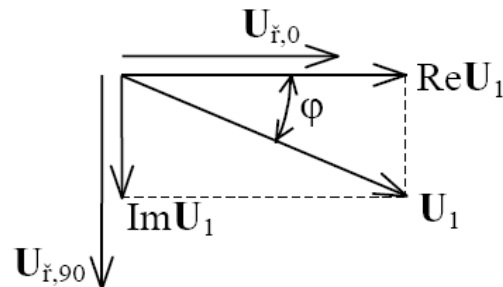
$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI}$$

kde  $P$  je změřený výkon a  $U$  a  $I$  efektivní hodnoty napětí a proudu. Většina číslicových wattmetrů vybavených vestavěným procesorem provádí v režimu měření účinníku odměr  $U$ ,  $I$  a  $P$  automaticky, stejně jako výpočet účinníku dle uvedeného vztahu.

# Vektorvoltmetr

Řídicí napětí  $u_R$  se získává tvarováním referenčního napětí  $\mathbf{U}_R$ . Zpracování vstupního měřeného napětí  $\mathbf{U}_X$  v řízeném usměrňovači odpovídá jeho vynásobení napětím obdélníkového průběhu s jednotkovou amplitudou a nulovou stejnosměrnou složkou dostaneme signál s vyššími harmonickými. Po odfiltrování střídavých složek dolní propustí získáme na výstupu stejnosměrné napětí úměrné reálné složce měřeného fázoru napětí  $\mathbf{U}_X$  (vztaženého k fázoru referenčního napětí  $\mathbf{U}_X$ ), tedy

$$U_{2,0} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_X \cos \varphi$$



# Vektorvoltmetr

Pokud posuneme řídicí napětí o čtvrt periody ( $90^\circ$ ) vůči referenčnímu, bude výstupní stejnosměrné napětí úměrné imaginární složce  $\mathbf{U}_x$ .

Pro měření fázoru napětí lze použít i vzorkovací metody, kdy navzorkovaný průběh měřeného napětí  $u_x$  je číselně násoben dvěma bezrozměrnými referenčními harmonickými průběhy  $u_{R,0}$  a  $u_{R,90}$  s amplitudou  $\sqrt{2}$  a vzájemným fázovým rozdílem  $\pi/2$ .

# Literatura

---

- [1] HAASZ, V., ROZTOČIL, J., NOVÁK, J., *Číslicové měřicí systémy*. ČVUT, Praha 2000, ISBN 80-01-02219-6.
- [2] HAASZ, V. SEDLÁČEK, M., *Elektrická měření, Přístroje a metody*. ČVUT, Praha 2005, ISBN 80-01-02731-7.

## Úkol za extra 1 bod navíc (100+1):

Ve Vaší nové firmě se zabýváte vývojem VCO s PLL na kmitočtech cca 5 GHz. Pro přesné měření frekvence a stability těchto oscilátorů potřebujete zakoupit odpovídající čítač. Nalezněte pro tento úkol vhodných čítač (musí mít komunikační port podporující protokol SCPI).

Své odpovědi zašlete spolu s uvedením zdrojem informace (nejlépe www odkaz) na níže uvedený email do **pá 28. 3. 2008 do 12:00**. První email, který bude vyhodnocen musí být zaslán nejdříve v **út 25. 3. 2008 ve 20:00**. Hodnoceno bude prvních 8 **různých odpovědí !!!!**

Vaše odpověď musí obsahovat jiný přístroj, než který navrhují Vaši kolegové.



[drino@feec.vutbr.cz](mailto:drino@feec.vutbr.cz)