



Radioelektronická měření (MREM)

Chyby a neurčitosti měření

10. přednáška

Jiří Dřínovský

Ústav radioelektroniky FEKT VUT v Brně

Základní pojmy

Měření je souhrn činností s cílem určit hodnotu měřené veličiny (čili vyjádřit hodnotu veličiny v jednotkách této veličiny). Má základní význam nejen v experimentálních přírodních vědách, ale ve většině oborů lidského poznání.

Elektrické měření je měření elektrických veličin a měření neelektrických veličin s využitím elektrických měřicích prostředků.

Pro měření se využívají *měřicí prostředky*: měřicí přístroje a měřicí převodníky. *Míra* je měřidlo, které během používání reprodukuje hodnotu nebo hodnoty měřené veličiny (např. rezistor známé hodnoty). Měřicí přístroje se dělí na analogové a číslicové (digitální). Údaj *analogového měřicího přístroje* je spojitou funkcí měřené veličiny (např. poloha ručky nad stupnicí). *Číslicový měřicí přístroj* poskytuje měřenou hodnotu v číslicovém tvaru. *Měřicí převodník* transformuje vstupní veličinu (elektrickou nebo neelektrickou) podle určité zákonitosti na výstupní veličinu (obvykle elektrickou). Série měřených členů, kterými prochází měřený signál, se nazývá *měřicí řetězec*. První člen měřicího řetězce, na

Základní pojmy

který bezprostředně působí měřená veličina se nazývá *snímač* (*senzor, čidlo*).

Přesnost měření je míra těsnosti, se kterou výsledek měření vyjadřuje *správnou (pravou) hodnotu měřené veličiny*. Pravou hodnotu měřené veličiny nikdy neznáme; místo ní pracujeme s tzv. *konvenčně pravou hodnotou*, která je získána měřením pomocí přesnějšího měřicího přístroje nebo přesnější metody nebo pomocí metody považované dohodou za referenční.

Citlivost měřicího přístroje nebo zařízení je poměr změny výstupní veličiny (údaje přístroje) ke změně vstupní (měřené) veličiny. Příliš malá citlivost může zhoršit přesnost měření. Konstantní citlivost (nezávislou na měřené veličině) mají lineární převodníky.

Rozlišení (rozlišovací schopnost) je nejmenší změna měřené veličiny, která vyvolá detekovatelnou změnu údaje přístroje (např. dílek nebo polovinu dílku stupnice u analogového přístroje nebo změnu posledního místa číslicového zobrazovače o jedničku u číslicových přístrojů).

Základní pojmy

Měřicí rozsah přístroje nebo převodníku vyjadřuje meze hodnot, ve kterých se může měnit měřená veličina, aby byla měřena se zaručovanou přesností.

Ovlivňující veličina je veličina, která není předmětem měření, ale která ovlivňuje údaj měřidla.

Měřicí metody

Měřicí metoda je souhrn teoretických poznatků a praktických operací použitých při měření. Podle *způsobu určení měřené veličiny* se měřicí metody dělí na:

- a) *přímé měřicí metody*, u kterých se výsledek měření získá odečtením údaje jediného přístroje; např. změřením proudu pomocí ampérmetru;
- b) *nepřímé měřicí metody*, u kterých se výsledek měření získává výpočtem hodnoty funkce několika proměnných. Hodnoty těchto proměnných se získají pomocí přímých měřicích metod. Příkladem je určení odporu z údajů voltmetru a ampérmetru pomocí Ohmova zákona.

Měřicí metody

Podle *provedení měření* rozlišujeme:

- a) *základní měřicí metody*, kdy se měřená veličina stanoví měřením základních veličin (např. času, hmotnosti, délky);
- b) *srovnávací metody*, kde se měřená veličina stanoví srovnáním s veličinou téhož druhu a známé hodnoty; srovnávací metody lze dále rozdělit na:
 - b1) *diferenční metody*, kde se měřená veličina porovnává se stejnou veličinou nepatrně odlišné hodnoty; měřením se zjišťuje pouze malá odchylka od obou veličin;
 - b2) *substituční metody*, kde se měřená veličina nahradí stejnou veličinou známé hodnoty nalezené tak, aby bylo dosaženo stejných údajů indikačního přístroje;
 - b3) *nulové metody*, kde se měřená hodnota najde z *rovnováhy* zařízení dosažené změnou jedné nebo několika veličin vázaných s měřenou veličinou známými matematickými vztahy. Dosažení rovnováhy je indikováno nulovou výchylkou indikačního přístroje (příklady: kompenzátor napětí, vyvážené odporové můstky apod.).

Chyba měření a neurčitost měření

Žádným měřením nezískáme správnou hodnotu měřené veličiny, protože každé měření je zatíženo chybou. Chyba charakterizuje přesnost měření. Účelem studia chyb je nalezení celkové chyby, jejích dílčích složek a jejich příčin. Analýza chyb je základní podmínkou zvyšování přesnosti měření. Výsledek měření je neúplný, pokud neobsahuje možný rozsah chyb, čili tzv. neurčitost měření.

Chyba měření (error of measurement) je odchylka od správné hodnoty měřené veličiny. Jejími součástmi jsou velikost a znaménko. Chyba charakterizuje přesnost měření. Vyjadřuje se jako absolutní nebo relativní chyba.

Absolutní chyba (Δ) měřené veličiny X je

$$\Delta_{(X)} = X_M - X_S,$$

kde X_M je naměřená hodnota a X_S je pravá (konvenčně pravá) hodnota. Absolutní chyba se vyjadřuje v jednotkách měřené veličiny (např. V, A, W).

Chyba měření a neurčitost měření

Relativní chyba (δ) je obvykle vztažena k nějaké hodnotě. Obvykle je vyjadřována jako bezrozměrné číslo, či v procentech nebo v p.p.m. (z angl. *parts per million*), tj. v miliontinách:

$$\delta_{(X)} = \frac{\Delta_{(X)}}{X_S} \quad [-], \quad \delta_{(X)} = \frac{\Delta_{(X)}}{X_S} 100 \quad [\%], \quad \delta_{(X)} = \frac{\Delta_{(X)}}{X_S} 10^6 \quad [\text{ppm}].$$

Chyby dělíme podle toho, jak se projevují při opakovaných měřeních, na chyby systematické a chyby náhodné.

Systematická chyba

Systematická chyba je složka chyb měření, která při opakovaných měřeních téže veličiny zůstává stálá, nebo se předvídatelným způsobem mění. Její příčiny mohou být známé nebo neznámé. V případě, že lze tuto chybu zjistit pomocí jiného (přesnějšího) měření, nebo že je příčina jejího vzniku známá, lze tuto složku chyby odstranit *korekcí*.

Lze-li zjistit konvenčně pravou hodnotu měřené veličiny X_S jiným přesnějším měřením, můžeme absolutní a relativní systémovou chybu série opakovaných měření veličiny X zjistit podle vztah:

$$\Delta_{\text{syst}(X)} = \bar{X} - X_S \quad [-], \quad \delta_{\text{syst}(X)} = \frac{\Delta_{\text{syst}(X)}}{X_S} 100 \quad [\%].$$

Symbol \bar{X} je tzv. *výběrový průměr* z N opakovaných měření X_i

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i.$$

Systematická chyba

Příklady systematických chyb:

- *chyby metody* (Δ_M , δ_M): chyby způsobené záměrným zjednodušením vztahu pro výpočet měřené veličiny (např. zanedbání vlivu odporu voltmetru na měřené napětí zdroje s nenulovým vnitřním odporem). Tuto chybu lze korigovat respektováním její hodnoty včetně znaménka. Korigovanou hodnotu vypočteme podle upraveného vztahu: $X_S = X_M - \Delta_M$;
- *chyba nuly* nebo *offset*: hodnota výstupní veličiny převodníku nebo údaj přístroje, který je v činnosti (čili připojen k napájecím zdrojům), při nulové hodnotě měřené veličiny; jde o adaptivní chybu, která se (včetně znaménka) přičítá ke všem měřením;
- *chyba zesílení*: chyba způsobená např. nesprávnou hodnotou odporu ve vstupním děliči nebo v předřadném rezistoru voltmetru; absolutní chyba tohoto typu je úměrná měřené veličině.

Náhodná chyba

Náhodná chyba je složka chyby měření, která se při opakovaných měřeních téže veličiny (za stejných podmínek) nepředvídatelně mění. Náhodnou chybu není možno odstranit korekcí.

Jediným způsobem zpracování těchto chyb je zvýšit počet měření (alespoň na 20) a výsledek zpracovat *statistickými metodami*. Tak lze získat *střední hodnotu* opakovaných měření a jejich *rozptyl* (*disperzi, varianci*). Rozptyl se většinou charakterizuje tzv. směrodatnou odchylkou.

Příklady příčiny náhodných chyb:

- *šumy;*
- *neznámé změny podmínek měření:* teplota, vlhkost, rušivá elektromagnetická pole.
- *zaokrouhlování výsledku měření:* v případě analogového měřicího přístroje zaokrouhlování provádí pozorovatel (na nejbližší dílek nebo jeho část), číslicové měřicí přístroje zaokrouhlují výsledek samočinně (u nich se tento druh chyby nazývá *kvantizační šum*).

Náhodná chyba

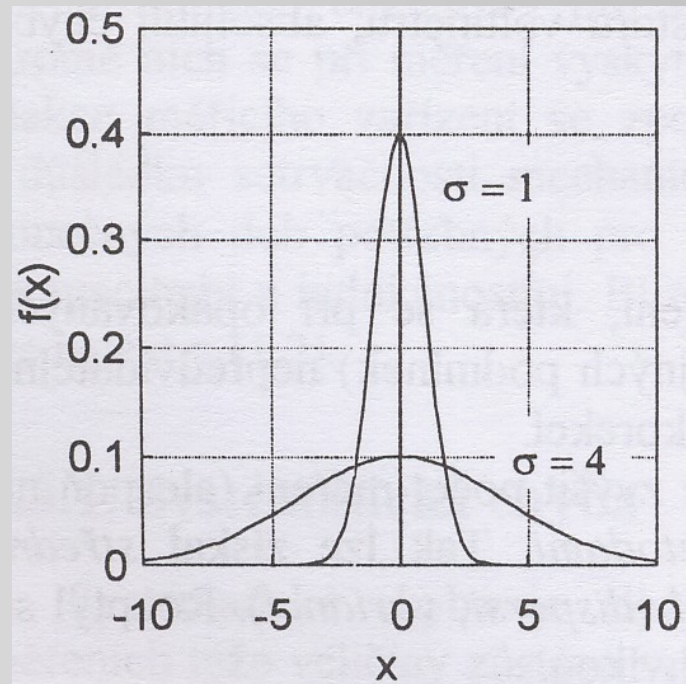
S výjimkou zaokrouhlovacích chyb, které jsou rovnoměrně rozloženy, se u náhodných chyb předpokládá tzv. *normální (Gaussovo) rozložení*. Toto rozložení mají veličiny působené mnoha nezávislými náhodnými veličinami, nezávisle na jejich rozložení pravděpodobnosti. Hustota pravděpodobnosti normálně rozložené veličiny X je popsána vztahem

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty,$$

kde m je střední (průměrná) hodnota veličiny X a σ je směrodatná odchylka nebo střední kvadratická chyba veličiny X ; disperze veličiny X je σ^2 .

Normální rozložení pravděpodobnosti je dáno známou Gaussovou křivkou. Poloha křivky je určena hodnotou m a její tvar hodnotou σ .

Náhodná chyba



Neurčitost výsledku měření

V praxi se většinou neurčuje chyba jednotlivého měření, ale zajímají nás meze intervalu, mezi kterými leží skutečná hodnota měřené veličiny. Šířka tohoto intervalu je rovna dvojnásobku absolutní hodnoty *největší možné absolutní chyby měření* po korekci systematické chyby. Ve středu tohoto intervalu leží výběrový průměr měřené veličiny po korekci systematické chyby.

Neurčitost měření (čili *absolutní hodnota největší možné chyby měření* nebo *tolerance měření*, angl. *uncertainty of measurement*) je určena chybami přístrojů (vyjadřovanými u elektromechanických ukazovacích přístrojů pomocí tzv. *třídy přesnosti*), tolerancemi rezistorů, kondenzátorů a cívek užívaných v měřeních (většinou tzv. etalonů a dekád), náhodnými chybami (krajní chybou) a vnějšími rušivými vlivy. Tolerance jsou dány pouze jako absolutní hodnoty $|\Delta_{\max X}|$ nebo $|\delta_{\max X}|$. Jejich znaménko neznáme. Aby byly hodnoty $|\Delta_{\max X}|$ nebo $|\delta_{\max X}|$ nalezené z tolerancí a náhodných chyb skutečně největšími možnými chybami měření, je nutno korigovat systematickou chybu.

Neurčitost výsledku měření

Pro měřicí systém nebo přístroj sestávající z velkého počtu součástí je určení maximální možné chyby z tolerancí všech součástí nereálně pesimistický odhad. Pravděpodobnost, že všechny součásti budou mít chyby téhož znaménka a největší hodnoty, je totiž velmi malá. Jsou-li hodnoty použitých součástí sice nepřesné, ale časově stálé, lze určit výslednou systematickou chybu experimentálně a korigovat ji při výrobě.

Takto lze vyrábět velmi přesné složité přístroje (např. číslicové voltmetry) z méně přesných, ale časově stabilních dílů; pouze několik klíčových součástí využívaných při periodických kalibracích musí být velmi přesných.

Literatura

- [1] HAASZ, V., ROZTOČIL, J., NOVÁK, J., *Číslicové měřicí systémy*. ČVUT, Praha 2000, ISBN 80-01-02219-6.
- [2] HAASZ, V. SEDLÁČEK, M., *Elektrická měření, Přístroje a metody*. ČVUT, Praha 2005, ISBN 80-01-02731-7.

Úkol za extra 2 bod navíc (100+2):

Navrhněte, po vašich zkušenostech z laboratorních cvičení, novou laboratorní úlohu do Radioelektronických měření. Stručně napište myšlenku laboratorní úlohy a nezapomeňte váš návrh obohatit o potřebné měřicí přístroje.

Své odpovědi zašlete na níže uvedený email do **pá 18. 4. 2008 do 12:00**. První email, který bude vyhodnocen musí být zaslán nejdříve v **út 15. 4. 2008 ve 20:00**.



drino@feec.vutbr.cz